25, rue du Petit Musc
75180 PARIS Cedex 04

COURS
EXERCICES
DEVOIRS

1er TRIMESTRE

Classe de **Terminale ES**	**Mathématiques**

SOMMAIRE

TERMINALE ES

Mathématiques

1ère Série

TERMINALE ES

Mathématiques

MISE AU POINT ALGÈBRIQUE

1ère leçon

La droite

2ème leçon

Le second degré

3ème leçon

Résolution des systèmes de deux équations à deux inconnues

LA DROITE

Objectif : *Mettre au point définitivement des techniques rencontrées dans les classes antérieures et indispensables en terminale.*

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ qui n'est pas obligatoirement orthonormal.

Propriété :

Toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation unique du type $y = mx + p$. On l'appelle équation réduite.

m est le coefficient directeur, p est l'ordonnée à l'origine.

Vous devez savoir :

- Trouver une équation d'une droite passant par deux points données.

Exemple : A(2 ; 4) B(-1 ; 5)
La droite (AB) a pour équation $y = mx + p$
Elle passe par A donc $4 = 2m + p$ (1)
Elle passe par B donc $5 = -m + p$ (2)

En soustrayant (1) – (2) il vient :
$-1 = 3m$ donc $m = \frac{-1}{3}$ puis en reportant cette valeur dans (1) [ou dans (2)],
on obtient : $4 = \frac{-2}{3} + p$ donc $p = 4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.
(AB) a pour équation $y = \frac{-1x}{3} + \frac{14}{3}$.

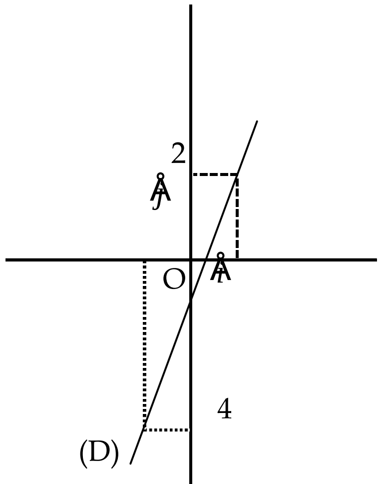
- Trouver l'équation d'une droite parallèle à une droite donnée et passant par un point donné.

Exemple : (Δ) a pour équation $y = 2x – 5$. Trouver une équation de (D) parallèle à (Δ) passant par C de coordonnées (1 ; 4).

$(\Delta)//(D)$ donc (D) a une équation qui s'écrit $y = 2x + p$.
(D) passe par C donc $4 = 2 + p$ et $p = 2$.
(D) a pour équation $y = 2x + 2$.

Interprétation graphique

Rappel : Pour tracer une droite connaissant son équation, la méthode la plus élémentaire consiste à chercher deux points de cette droite comme dans l'exemple :



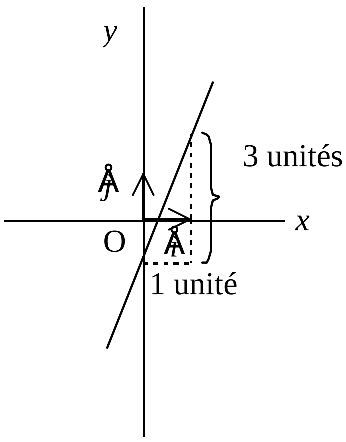
(D) a pour équation $y = 3x - 1$
Si $x = 1$ on trouve $y = 3 \times 1 - 1 = 2$
Si $x = -1$ on trouve $y = 3 \times (-1) - 1 = -4$

Donc les points coordonnées (1 ; 2) et (-1 ; -4) appartiennent à D.

Le coefficient directeur

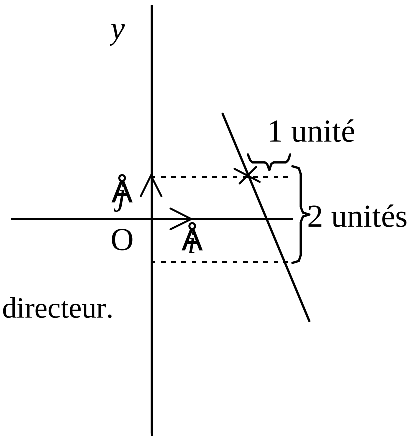
Il représente l'accroissement de l'ordonnée d'un point qui parcourt la droite et dont l'abscisse augmente d'une unité.

Exemple : Si (D) a pour coefficient directeur 3 et passe par le point de coordonnées (0 ; -1) on peut la tracer :



3 est le coefficient directeur.

Si (D) a pour coefficient directeur –2 et passe par le point de coordonnées (2 ; 1) :

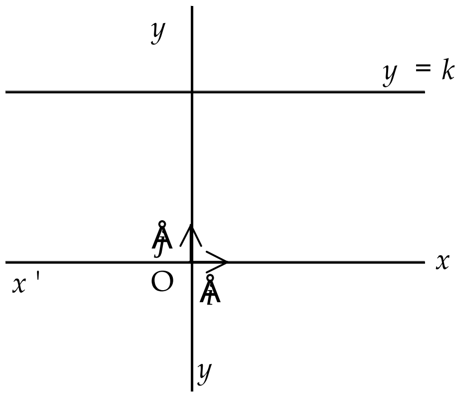


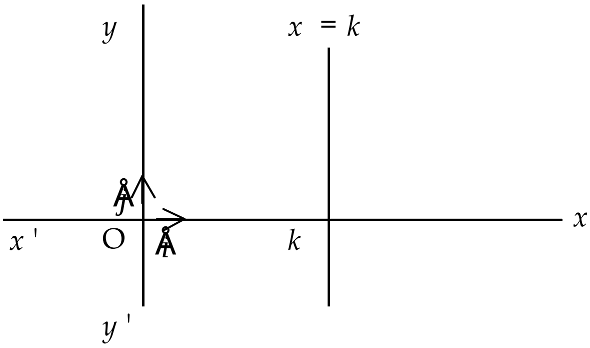
-2 est le coefficient directeur.

Equation cartésienne

Toute droite admet une équation du type $ux + vy + w = 0$ (pas unique).

Si la droite est parallèle à l'axe des abscisses (noté ici x' O x) cette équation est du type $y = k$.

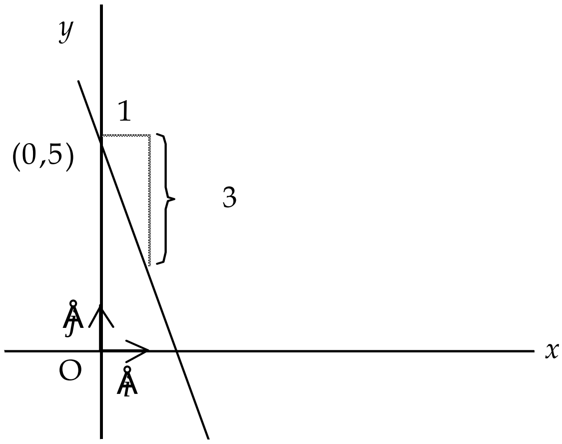




Si la droite est parallèle à l'axe des ordonnées (noté *y*' O *y*) cette équation s'écrit *x* = *k*.

Remarque : Mettre l'équation cartésienne sous forme réduite permet de faire apparaître le coefficient directeur et donc de « voir » la droite :

mais : *y* = -3*x* + 5 montre cela :



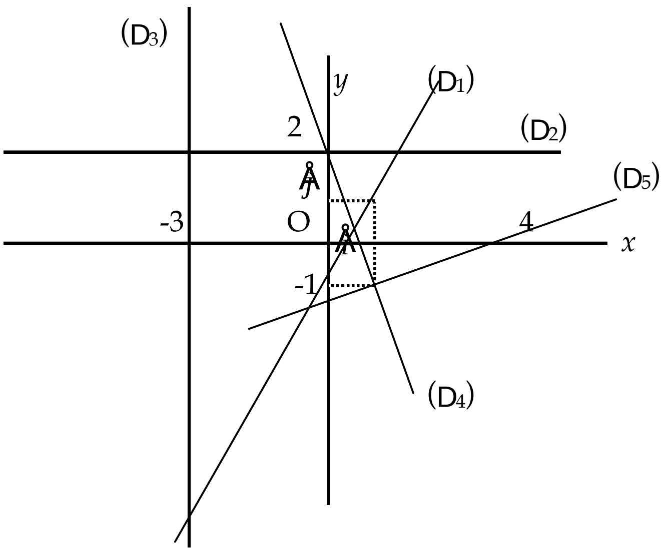
Exercice 1

A a pour coordonnées (2 ; 3) et B(-1 ; -1).
(D) a pour équation *y* = -3x + 2.
(Δ) a pour équation 2*x* + 3*y* – 5 = 0.

1. **Trouvez une équation de la droite (AB).**
2. **Tracez (AB) (D) et (Δ).**
3. **Trouvez une équation de la parallèle à (D) passant par A.**
4. **Trouvez une équation de la parallèle à (Δ) passant par l'origine du repère.**

Exercice 2

En utilisant l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur lisez les équations des droites représentées.



LE SECOND DEGRÉ

Résolution de l'équation P(x) = 0.
Signe de P(x).
Factorisation de P(x), où P est un polynôme de degré 2.

Propriété

Soit P(x) = $ax^2 + bx + c$, un trinôme du second degré, où a, b, c sont des nombres réels avec $a \neq 0$.
Le discriminant Δ de ce trinôme est le réel $b^2 - 4ac$.
$\Delta = b^2 - 4ac$.

Discriminant Δ	Equation P(x) = 0	Signe du trinôme P(x)	Forme factorisée éventuelle de P(x)
Si $\Delta < 0$	Aucune solution dans $\mathbb{R}$	P(x) est du signe de a pour tout réel x.	Pas de factorisation avec des facteurs du 1er degré
Si $\Delta = 0$	Une seule solution : $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$	P(x) est du signe de a pour tout réel x. De plus, P(x_0) = 0	P(x) = $a\,(x - x_0)^2$
Si $\Delta > 0$	Deux solutions réelles distinctes : $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	P(x) est du signe de a sauf dans l'intervalle entre les racines x_1 et x_2. De plus, P(x_1) = P(x_2) = 0	P(x) = $a\,(x - x_1)(x - x_2)$

Remarques pratiques

1. Si un trinôme vous est donné sous forme factorisée, il n'est pas utile de le développer pour en déterminer le signe bien au contraire :
P(x) = $(2 - x)(x - 3)$ est un trinôme de second degré dont les racines sont 2 et 3.

Le signe de P(x) est donc donné par le tableau suivant :

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
P(x)		-	0	+	0	-	

(Le coefficient de x^2 est -1 donc < 0)

2. Vous pourrez également utiliser ce résultat pour déterminer le signe d'une fraction rationnelle.

Exemple : $f(x) = \dfrac{(2x - 1)}{(x + 3)}$ est définie sur $\mathbb{R}$ - {-3}

$f(x)$ a le même signe que $(2x - 1)(x + 3)$ sur cet ensemble.

Donc le signe de f(x) est donné par le tableau suivant :

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		+	‖	-		+	

Exercice 3

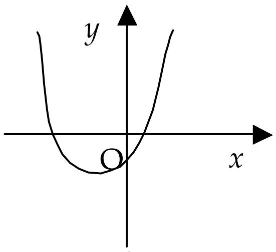
Pour chacun des trinômes suivants, donnez suivant les valeurs de x le signe de P(x).

1. $P(x) = x^2 - 3x - 4$	**4. $P(x) = x^2 + x + 1$**
2. $P(x) = 2x^2 + 5x - 7$	**5. $P(x) = 2x^2 + 4x + 2$**
3. $P(x) = -x^2 + x + 2$	**6. $P(x) = -x^2 + x - 7$**

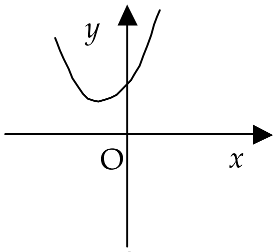
Exercice 4

Après avoir calculé le discriminant des trois trinômes suivants, attribuez à chacun le graphe de la fonction qu'il définit.

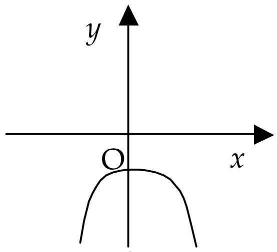
$f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ $\quad$ $g(x) = 2x^2 + x + 3$ $\quad$ $h(x) = -x^2 + 4x - 5$



①



②



③

(Les unités ont été volontairement omises)

Exercice 5

Résolvez le système d'inconnue x.

$$\begin{cases} 3x^2 - 5x + 1 > 0 \\ 2x^2 + x - 1 < 0 \end{cases}$$

RÉSOLUTION DES SYSTÈMES DE 2 ÉQUATIONS A 2 INCONNUES

I. LES DEUX PRINCIPALES MÉTHODES ALGÉBRIQUES (sur des exemples)

Il est nécessaire de savoir résoudre vite et bien un système linéaire de deux équations à deux inconnues.

Vous procéderez au choix, par substitution ou combinaison comme dans les exemples.

<u>Exemple 1</u> : Résolvez le système d'inconnues x et y suivant : $\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ -4x + 3y = -8 \end{cases}$

En multipliant les équations par les coefficients indiqués en marge on obtient le système équivalent :

$$\begin{array}{l} \times 4 \\ \times 3 \end{array} \begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ -4x + 3y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 20y = 28 \\ -12x + 9y = -24 \end{cases}$$

Donc par addition : $\quad -11y = 4$

Donc $\quad y = \dfrac{-4}{11}$

De même :

$$\begin{matrix}\times 3 \\ \times 5\end{matrix}\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ -4x + 3y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 15y = 21 \\ -20x + 15y = -40 \end{cases}$$

Donc $-11x = -19$

$$x = \frac{19}{11}$$

La solution du système est $\left(\frac{19}{11}\ ;\ \frac{-4}{11}\right)$

Exemple 2 : Résolvez $\begin{cases} x - 3y = 7 \\ 3x + 5y = 4 \end{cases}$

L'une des inconnues ayant 1 ou –1 pour coefficient, il est facile de procéder par substitution grâce aux équivalences suivantes :

$$\begin{cases} x - 3y = 7 \\ 3x + 5y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 + 3y \\ 3(7 + 3y) + 5y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 + 3y \\ 14y = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - \frac{51}{14} \\ y = \frac{-17}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{47}{14} \\ y = \frac{-17}{14} \end{cases}$$

Remarque : On rencontrera souvent dans les problèmes le système élémentaire suivant :

$\begin{cases} x + y = a \\ x - y = b \end{cases}$ où les inconnues sont x et y

La somme fournit $2x = a + b$

La différence $2y = a - b$

Donc x et y sont connus …

II. IDENTIFICATION D'UN POLYNÔME, DÉCOMPOSITION D'UNE FRACTION

Théorème

Deux polynômes sont égaux si et seulement si les coefficients de leurs termes de même degré sont égaux.

Exemple : Déterminez les réels a et b tels que pour tout x réel on ait :

$$x^3 + x^2 - x - 1 = (x - 1)(x^2 + ax + b)$$

Développons cette identité et ordonnons le second membre :

$$x^3 + x^2 - x - 1 = x^3 + x^2(a - 1) + x(b - a) - b$$

Identifions : $a - 1 = 1$ et $b - a = -1$ et $-b = -1$

Donc $a = 2$ et $b = 1$

Conclusion : On a $x^3 + x^2 - x - 1 = (x - 1)(x^2 + 2x + 1)$

Application : Décomposer une fraction

Exemple : Soit f définie pour tous réels différents de 1 et –1 par $f(x) = \frac{x^3 + 3x - 2}{x^2 - 1}$

Déterminez a, b, c, d tels que pour tout x de $\mathbb{R} - \{-1\ ;\ 1\}$ $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1} + \frac{d}{x + 1}$

Réduisons au même dénominateur, on aura : $f(x) = \dfrac{(ax+b)(x^2-1)+c(x+1)+d(x-1)}{x^2-1}$

a, b, c, d doivent donc permettre l'identité : $\dfrac{x^3+3x-2}{x^2-1} = \dfrac{ax^3+bx^2-ax-b+cx+c+dx-d}{x^2-1}$

Soit en tenant compte des polynômes numérateurs :

$$x^3 + 3x - 2 = ax^3 + bx^2 + x(-a + c + d) - b + c - d$$

qui conduit, en identifiant, à : $a = 1$ et $b = 0$ et $-a + c + d = 3$ et $-b + c - d = -2$

Donc à : $\begin{array}{l} a = 1 \\ b = 0 \end{array}$ et $\begin{cases} c + d = 4 \\ c - d = -2 \end{cases}$ et l'on trouve $c = 1$ et $d = 3$

Conclusion : On a $f(x) = x + \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{3}{x+1}$

Exercice 6

Résolvez les systèmes suivants d'inconnues x et y.

$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{3}y = 4 \\ \dfrac{3}{4}x + \dfrac{5}{7}y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = -4 \end{cases}$

Exercice 7

$P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 3x - 10$

1. **Calculez $P(2)$**
2. **Déterminez trois réels a, b, c tels que pour tout x, $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$.**
3. **Résolvez l'équation $P(x) = 0$.**

Exercice 8

f est définie par $f(x) = \dfrac{3x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^2 + x + 1}$

1. **Vérifiez que f est définie pour tout réel x.**
2. **Déterminez des réels a, b, c, d tels que pour tout x réel on ait :**

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + x + 1}$$

2ème Série

TERMINALE ES

Mathématiques

GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

1ère leçon

Courbe représentative

2ème leçon

Langage de la continuité

3ème leçon

Fonctions composées

EXEMPLE D'UN DEVOIR

Devoir n°1

Mathématiques

CLASSE DE TERMINALE ES

Devoir de la 2ème Série

DEVOIR À ADRESSER À LA CORRECTION

NOM : .... **N° :** ....

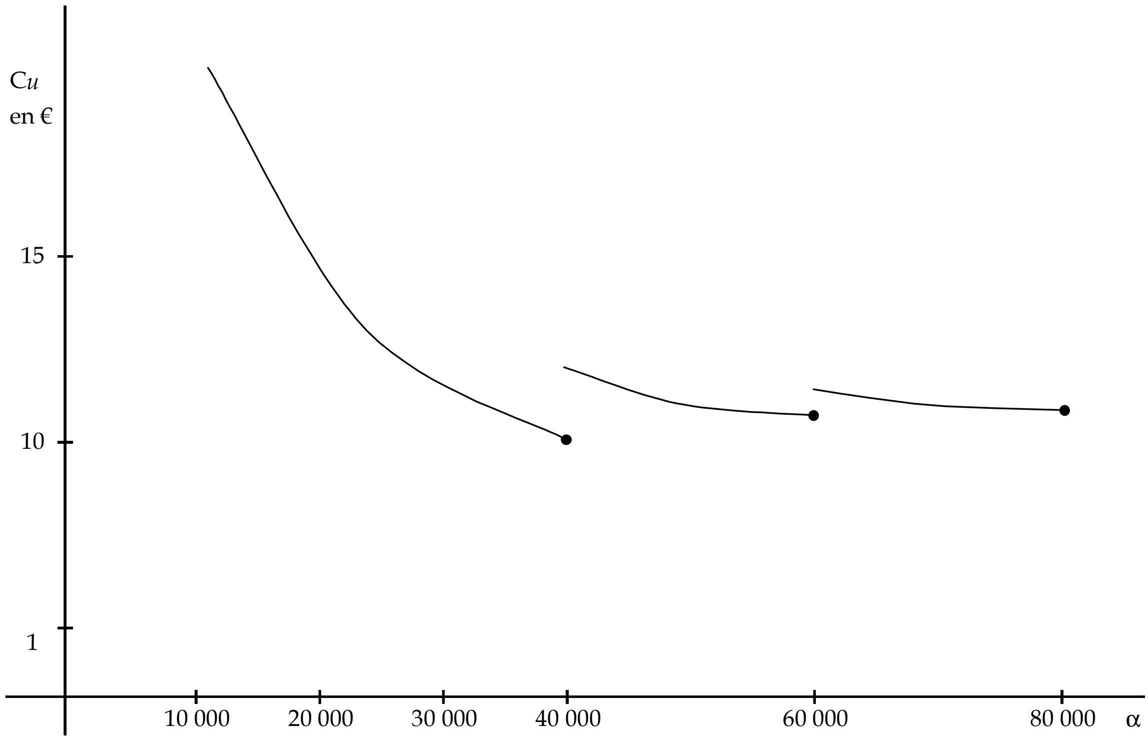
ADRESSE : ....

....

N'OUBLIEZ PAS DE JOINDRE CE TEXTE À VOTRE COPIE

APPRECIATION DU PROFESSEUR	**NOTE**

I. ORGANISATION D'UNE PRODUCTION (10 points)



Mathématiques

CLASSE DE TERMINALE ES

Devoir de la 2ème Série

Devoir n°1

DEVOIR À ADRESSER À LA CORRECTION

Une entreprise a fait une étude prévisionnelle du coût de production d'un article en fonction du nombre q d'articles fabriqués. Elle est parvenue aux résultats suivants :

Production (en unités)	**Charges fixes (en euros)**	**Charges variables (en euros)**
$q \leq 40\,000$	200 000	$5\,q$
$40\,000 < q \leq 60\,000$	250 000	$7{,}5\,q - 75\,000$
$60\,000 < q \leq 80\,000$	280 000	$7{,}5\,q - 75\,000$

1. **Déterminez en fonction de q le coût total de la production C_T.**
2. **Déterminez en fonction de q le coût unitaire C_u (coût de production d'un article fabriqué).**
3. A partir de la courbe représentative de C_u donnée sur le graphique joint et sachant que le prix de vente d'un article est de 12 €, **déterminez graphiquement les quantités de production qui permettent à l'entreprise de réaliser un bénéfice d'au moins 1 € par article fabriqué. Retrouvez ce résultat par le calcul.**
4. Le prix de vente par article étant toujours de 12 €, **pour quelle quantité de production l'entreprise a-t-elle le plus grand bénéfice par article fabriqué ?**

Mathématiques

CLASSE DE TERMINALE ES

Devoir de la 2ème Série

Devoir n°1

DEVOIR À ADRESSER À LA CORRECTION

II. **(10 points)**

Une entreprise fabrique une certaine quantité q d'objets. Les coûts totaux de production sont donnés, en euros, par la fonction suivante : $CT_{(q)} = 0{,}08\, q^3 - 64{,}8\, q^2 + 20\,000q$

Chaque unité étant vendue 11 878 €, la recette totale est donnée (en admettant que toute la production soit vendue) par $RT_{(q)} = 11\,878\, q$.

Le dessin ci-joint donne les représentations graphiques de ces deux fonctions. (Sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 50 objets, et sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 1 million d'euros.

1. **a. Par une lecture graphique, donnez l'intervalle dans lequel doit se situer la production q pour qu'il y ait rentabilité de l'entreprise.**
   b. Calculez en fonction de q, le bénéfice total BT(q) et retrouvez par le calcul le résultat de la question 1. a.

2. **Toujours par une lecture graphique, donnez, à 25 unités près, la quantité q_m à produire (et à vendre !) pour que le bénéfice soit maximum.**

DEVOIR À ADRESSER À LA CORRECTION