MATHEMATIQUES

Classe de 8ème – CM1

1ère Semaine

Première semaine

1 PREMIER JOUR

L'ensemble :
- définition, écriture, ensembles particuliers, ordre des éléments

Egalité des objets

Egalité des ensembles.

2 DEUXIEME JOUR

Inclusion,
Non-inclusion
Intersection

Ensembles disjoints

3 TROISIEME JOUR

La numérotation, les nombres naturels

Les groupements ou base de numérotation

Base de deux, codage, décodage

Le compteur

4 QUATRIEME JOUR

Points et droites

DEFINITION DE L'ENSEMBLE

Un ensemble est une collection, un rassemblement d'objets appelés éléments, ayant ou n'ayant pas de propriétés communes, mais bien définis de façon qu'on puisse dire nettement pour chaque élément qu'il appartient à l'ensemble.

On peut parler par exemple :

- de l'ensemble des personnes présentes dans une pièce à un moment précis,
- de l'ensemble des fleurs formant un certain bouquet,
- de l'ensemble des crayons d'une boîte,
- de l'ensemble des voyelles.

A la question posée pour *chaque élément* : appartient-il à l'ensemble ? on peut répondre *oui*, sans *hésitation*.

On ne peut pas parler de l'ensemble des personnes âgées d'une réunion ou de l'ensemble des femmes à cheveux blonds, la propriété est trop vague. A quel âge exactement est-on âgé ? A quel degré de couleur commence t-on à faire partie des blonds ?

A la question pour *chaque élément* : appartient-il à l'ensemble ? On peut répondre *oui* avec certitude.

Dans les exemples donnés ci-dessus, les éléments avaient des propriétés communes : être une fleur du bouquet, être un crayon de la boîte.

On peut aussi parler d'ensembles dont les éléments n'ont aucune propriété commune mais simplement parce qu'on a décidé de les réunir :

L'ensemble {trousse, tablier, carnet}

ECRITURE DE L'ENSEMBLE

Pour savoir de quel ensemble il s'agit, on lui donne un nom, généralement on le désigne par une lettre majuscule.

Si l'ensemble est défini en **extension**, c'est-à-dire si on nomme tous les éléments de l'ensemble, on fait la liste de ces éléments entre accolades, en les séparant par une virgule :

V = {a, e, i, o, u, y}

Ce même ensemble pourrait être défini en **compréhension** ; en ce cas on le désigne par une propriété commune de ses éléments, écrite aussi entre accolade :

V = {ensemble des voyelles}

Un ensemble peut aussi être représenté par un schéma appelé **diagramme de Venn**.
Une courbe fermée entoure les éléments de l'ensemble.

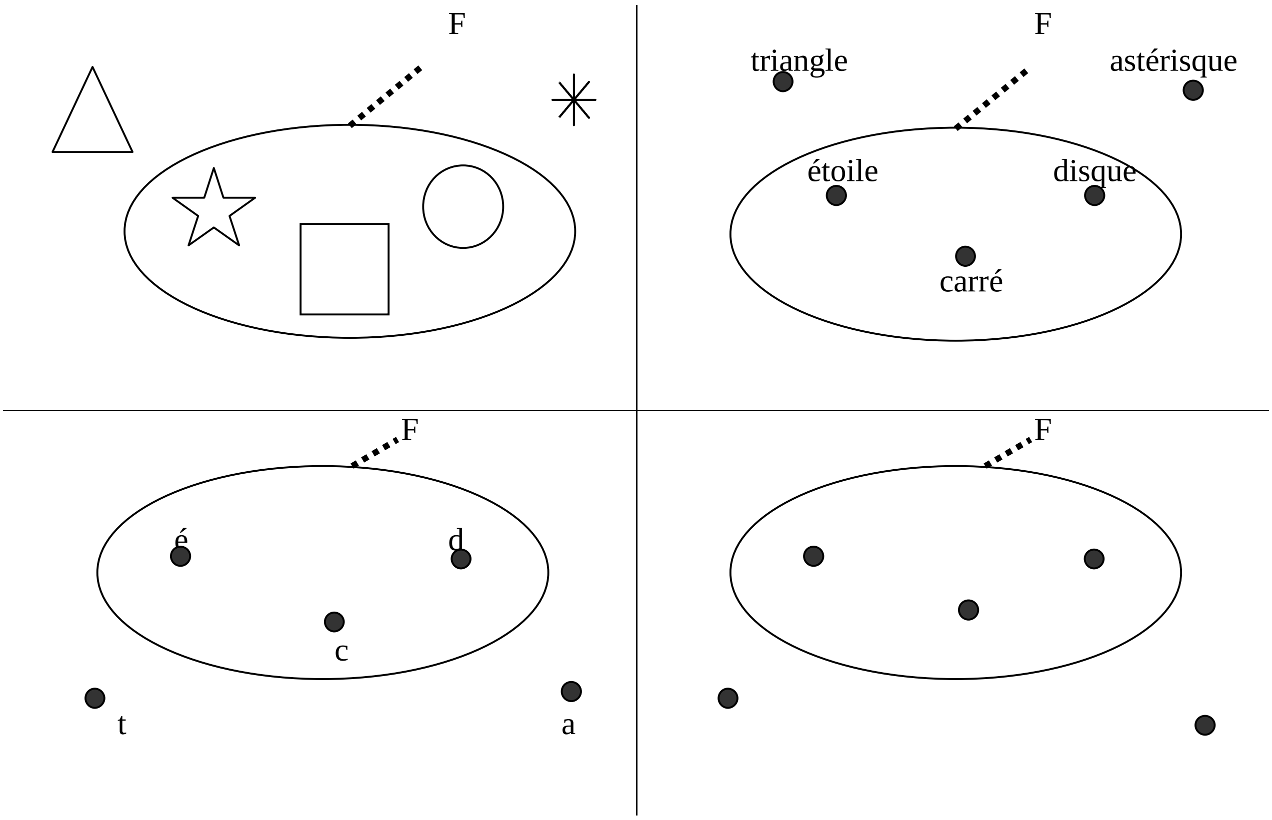
Chaque élément qui appartient à l'ensemble est à l'intérieur de la courbe. Un élément qui n'appartient pas à l'ensemble est à l'extérieur de la courbe.

Pour un élément il n'y a que deux possibilités :
- appartenir à l'ensemble,
- ne pas appartenir à l'ensemble.

Il ne peut pas à la fois appartenir et ne pas appartenir au même ensemble.

Chacun des éléments peut être :
- dessiné,
- représenté par un point accompagné ou non du nom de l'élément désigné, soit par l'écriture complète de ce nom, soit par son initiale.

<u>Exemple</u> :



L'ensemble F peut être représenté par l'un ou l'autre de ces diagrammes.
L'étoile appartient à l'ensemble, le disque … etc.
L'astérisque n'appartient pas à l'ensemble, le triangle … etc.

VOCABULAIRE

Il faut veiller à employer des termes précis. Dans l'ensemble V ci-dessus, on doit dire :

- l'étoile "<u>appartient à l'ensemble F</u>"
- ou l'étoile "<u>est un élément de l'ensemble F</u>"
- ou l'étoile est "<u>à l'intérieur de la courbe</u>"

On ne doit pas dire :

- l'étoile est contenue dans l'ensemble
- ou l'étoile est à l'intérieur de l'ensemble

ENSEMBLE PARTICULIER

Supposons trois familles : <u>L</u>ebrun, <u>P</u>etit, <u>R</u>oux. Si nous représentons ainsi l'ensemble des enfants de chaque famille :

L = {Jean, Sylvie}   P = {François}   R = {   }

Cela signifie qu'il y a :
2 enfants dans la famille Lebrun
1 enfant dans la famille Petit
pas d'enfant dans la famille Roux

C'est ainsi qu'un ensemble peut n'avoir qu'un élément ou peut n'avoir aucun élément.

Un ensemble à deux éléments est appelé une **Paire**
Un ensemble à un élément est appelé un **Singleton**
Un ensemble n'ayant pas d'élément est appelé un **Ensemble vide**

<u>ordre des éléments</u>

Dans un ensemble, l'ordre des éléments n'a aucune importance.

V = {a, e, i, o, u, y}
V = {y, u, o, i, e, a}
V = {o, a, e, i, y, u} etc.

Dans chaque cas il s'agit du même ensemble.

EGALITE DES OBJETS

<u>Deux objets différents ne sont pas égaux entre eux</u> même s'ils sont semblables. Une pièce de 1 € n'est pas égale à une autre pièce de 1 € parce que cela fait deux pièces différentes. Elles ont seulement entre elles des propriétés communes. On peut seulement dire que :

- la forme de l'une égale la forme de l'autre
- la valeur de l'une égale la valeur de l'autre

<u>Deux objets ne sont égaux que s'ils sont confondus</u>, c'est-à-dire <u>s'ils ne forment qu'un seul et même objet</u>.
Si François a un chien du nom de Plouf, on peut dire que Plouf égale le chien de François parce qu'il s'agit du même animal désigné de deux façons différentes.

EGALITES DES ENSEMBLES

Deux ensembles sont égaux si et seulement si ils sont formés des mêmes éléments. Ces éléments peuvent être dans un ordre différent ou désignés par des noms différents, cela n'a aucune importance, l'essentiel c'est qu'ils soient les mêmes.

C = {Paris, Bruxelles}
D = {Capitale de la France, Capitale de la Belgique}

C = D puisqu'ils sont formés des mêmes éléments appelés de noms différents.

Philippe, François et Marc sont les fils de M. et Mme Leroux et les frères de Stéphanie.

Soit L {l'ensemble des fils de M. et Mme Leroux}
L = {Philippe, François, Marc}

Soit S {l'ensemble des frères de Stéphanie}
S = {Philippe, François, Marc}

L = S puisqu'il s'agit des mêmes garçons.

INEGALITE DES ENSEMBLES

Si M. et Mme Dubois ont comme M. et Mme Leroux trois fils s'appelant Philippe, François, Marc, on ne peut pas dire que l'ensemble des fils de M. et Mme Dubois égale l'ensemble des fils de M. et Mme Leroux.

Soit D {l'ensemble des fils de M. et Mme Dubois}
D = {Philippe, François, Marc}

Soit L {l'ensemble des fils de M. et Mme Leroux}
L = {Philippe, François, Marc}

D ≠ L parce qu'il ne s'agit pas des mêmes enfants quoiqu'il y en ait le même nombre et qu'ils aient les mêmes prénoms.

(le signe ≠ signifie est différent de, ou n'est pas égal à …)

La seule égalité que l'on pourrait écrire c'est :
cardinal de L = cardinal de D
parce que le cardinal de chaque ensemble est 3 et que 3 = 3

(rappelez-vous que le cardinal désigne le nombre d'éléments d'un ensemble)

EXERCICES

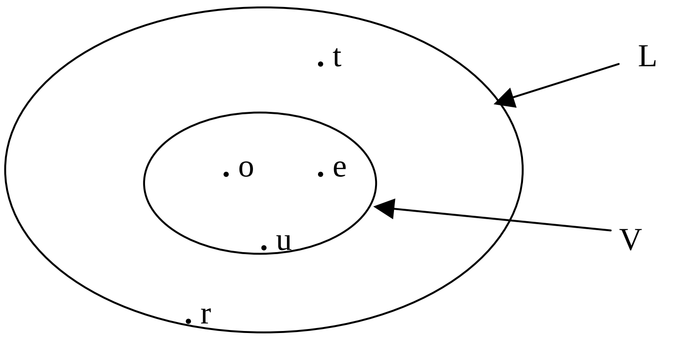
Les numéros 1 à 8 inclus.

INCLUSION

Soient les ensembles suivants :

L {r, o, u, t, e} lettres du mot route
V {o, u, e} voyelles du mot route

Que remarquons-nous ? Chacun des éléments de V est aussi un élément de L.
On dit alors que l'ensemble V est un **sous-ensemble** de L encore une **partie** de L ou encore qu'il est **inclus** dans L.
Le diagramme de leur représentation se présente ainsi :

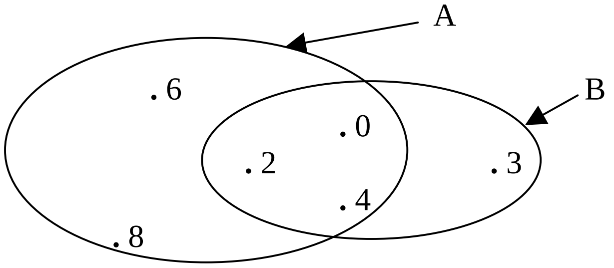


NON-INCLUSION

Si dans un ensemble B, il y a au moins un élément qui ne soit pas élément de A, l'ensemble B n'est pas inclus dans l'ensemble A.

A = {0, 2, 4, 6, 8}
B = {0, 2, 3, 4}

L'ensemble B n'est pas inclus dans A parce que l'élément 3 ne figure pas dans A.
Le diagramme se présente de la façon suivante :



Il y a une partie commune comprenant les éléments 0, 2, 4 mais l'élément 3 n'appartient qu'à B et B n'est pas inclus dans A, il n'est pas une partie de A.

INTERSECTION

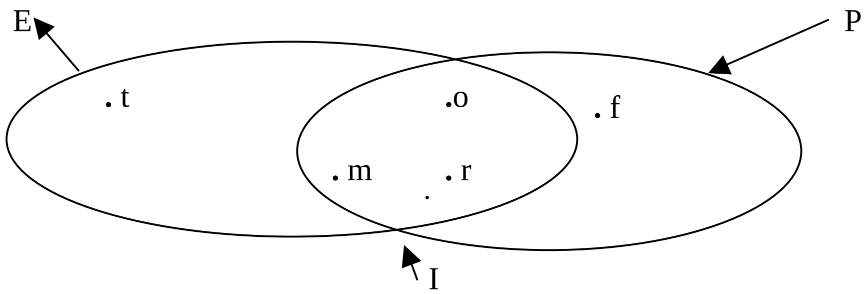
Lorsque certains éléments appartiennent à la fois à deux ou plusieurs ensembles, ils forment un ensemble **intersection**.
Dans l'ensemble précédent, l'ensemble {0, 2, 4} est l'intersection de l'ensemble A et de l'ensemble B.

Tout élément qui appartient à l'ensemble intersection est élément de A **et** élément de B.

Voici un autre exemple :

P = {f, g, u, r, m, i}
E = {m, i, t, r, o, n}

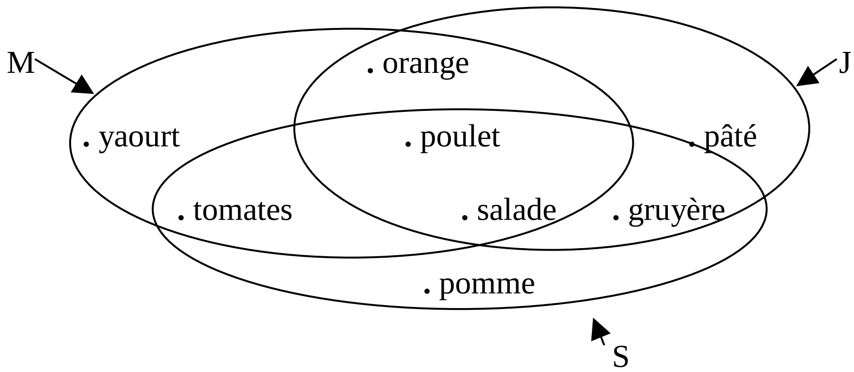
Les lettres soulignées appartiennent à la fois à l'ensemble P et à l'ensemble E. La représentation de ces deux ensembles par un diagramme est :



Ensemble intersection ou ensemble I : {o, i, r, m}. Chacun des éléments de I est à la fois élément de E et élément de P.
On peut encore écrire E inter P = {i, o, r, m}
Les éléments de l'ensemble intersection peuvent appartenir à plus de deux ensembles à la fois.

J = {pâté, poulet, salade, gruyère, orange}
S = {tomates, poulet, salade, gruyère, pomme}
M = {tomates, poulet, salade, yaourt, orange}

Les éléments poulet et salade appartiennent à chacun des trois ensembles.
Les éléments tomates, organe, gruyère appartiennent à deux ensembles à la fois.



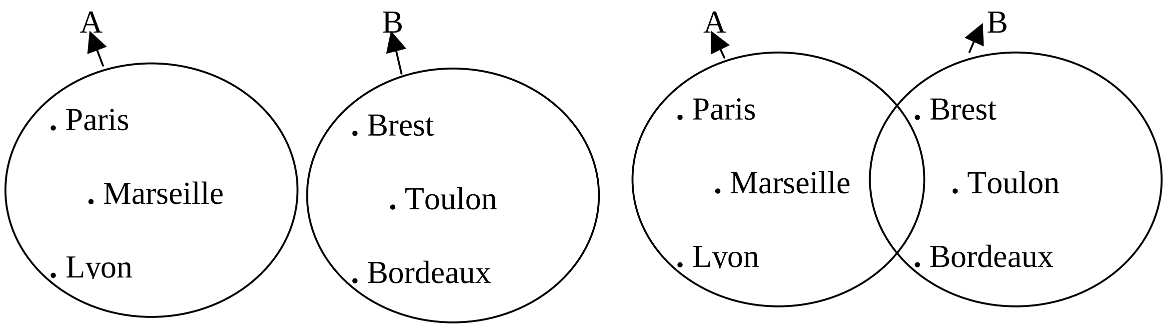
Il faut d'abord placer dans l'intersection des trois ensembles les éléments poulet et salade. Ensuite on cherche le ou les éléments communs à J et à S, c'est l'élément gruyère que l'on place dans l'intersection de J et de S. De même pour les ensembles S et M, puis J et M. Les éléments n'appartenant qu'à un seul ensemble sont placés à l'intérieur de la courbe voulue, en dehors des intersections.

ENSEMBLES DISJOINTS

On appelle ensembles **disjoints** les ensembles qui n'ont aucun élément commun. Leur intersection forme un ensemble vide.

Ensemble A = {Paris, Lyon, Marseille}
B = {Brest, Bordeaux, Toulon}

Ces deux ensembles n'ont aucun élément commun.



A inter B = ∅ (∅ signifie ensemble vide)

EXERCICES

Les numéros 9 à 13 inclus

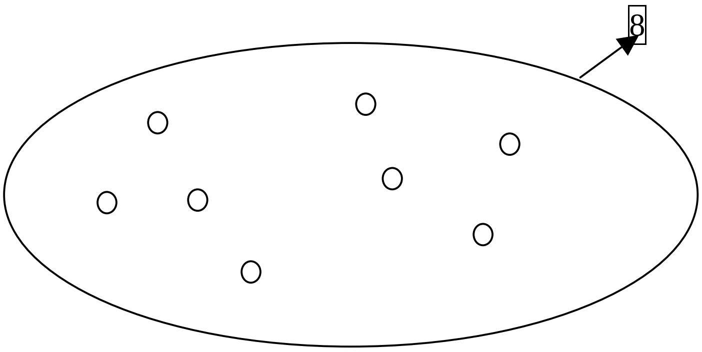
Première semaine

troisième jour 3

LE NUMERATION

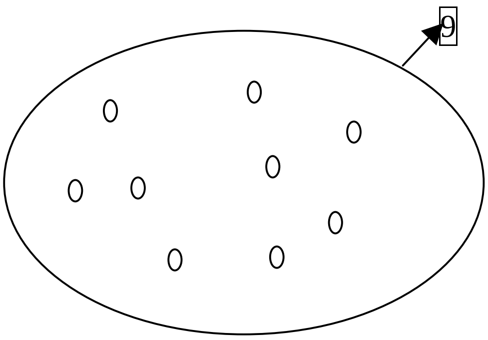
A toute collection d'objets, à tout ensemble, on peut associer un nombre qui désigne la quantité d'objets rassemblés.

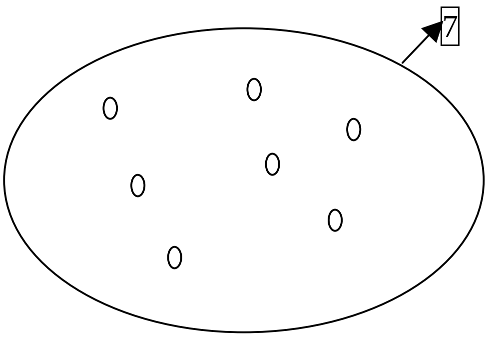
Ce nombre est une **propriété de l'ensemble**.



Cet ensemble a pour propriété d'être formé de huit billes. Huit est un nombre, on dit encore que c'est le cardinal de l'ensemble. Le nombre s'écrit au moyen de signes appelés chiffres.

Si l'on ajoute une bille à l'ensemble ci-dessus, le nombres des billes sera neuf.
Si on retire une bille au même ensemble, le nombre sera sept.





NOMBRES NATURELS

Les nombres sept, huit, neuf, sont dits **nombres naturels**, ils désignent **un nombre exact d'objets**.

Les chiffres vont permettre d'établir la liste des nombres naturels. Dans cette liste, chaque nombre est toujours un de plus que le précédent et un de moins que le suivant.

Le nombre de chiffres étant limité, il n'y en a que neuf, on a donc convenu d'une règle qui permette de lire un nombre en répétant les mêmes chiffres mais en leur donnant une valeur différente suivant la place qu'ils occupent.

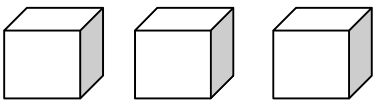
LES GROUPEMENTS OU BASE DE NUMEROTATION

Nous avons l'habitude de calculer en système décimal, c'est-à-dire, en groupements par dix. Les groupements permettent avec un nombre limité de chiffres, d'écrire une infinité de nombres.

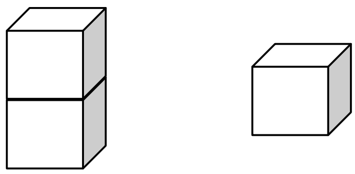
Suivant la position qu'il occupe le chiffre a une valeur différente. Pour bien comprendre ce mécanisme, nous allons travailler en différents **groupements**, on dit aussi en différentes **bases**.

BASE DEUX – CODAGE

A chaque fois qu'il y a deux objets, on les groupe. Prenez trois cubes emboîtables.

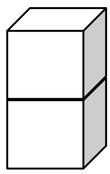
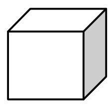


Groupez-les en les emboîtant deux par deux :
On ne peut faire qu'un groupement de deux.
On obtient une barre de deux cubes et il reste un cube seul.



Comment écrivons-nous ce nombre ?
Disposons un tableau en plaçant à droite la case des cubes séparés puis à gauche la case des barres.

Ecrivons le nombre de cubes séparés, 1 dans la case de droite, et le nombre de barres dans celle de gauche 1.

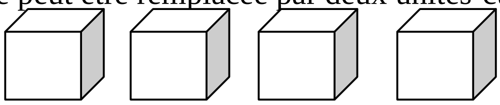
Barres	**Cubes séparés**
	

Le nombre s'écrit 11 et se prononce un-un. On commence toujours par nommer le chiffre de gauche.

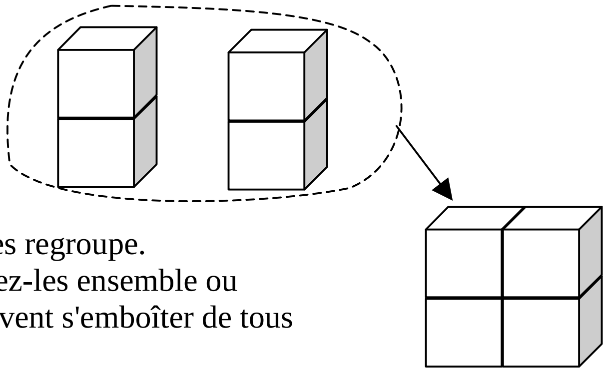
Cela signifie : 1 groupement de 2 cubes
1 cube

Le 1 de droite a une valeur de un, il représente une unité-cube, mais le 1 de gauche a une valeur de deux unités puisque cette barre peut être remplacée par deux unités-cubes.

Prenez quatre cubes emboîtables :

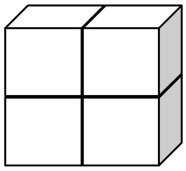


Groupez-les par deux :



Quand il y a deux objets semblables, on les regroupe.
Nos deux barres vont former un tas. Ficelez-les ensemble ou rassemblez-les en plaque, si les cubes peuvent s'emboîter de tous côtés.

Le tableau comportera maintenant trois cases, celle des cubes séparés, celle des barres, celle des plaques. Et le nombre s'écrira 1 0 0. On ne laisse jamais une case vide, c'est un O qui représente le nombre des cubes séparés et celui des barres.

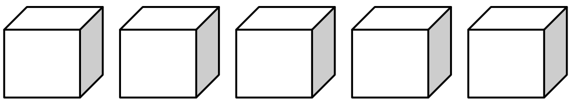
plaques	**Barres**	**Cubes séparés**
 1	0	0

Le 1 de gauche signifie un groupement de deux groupements de cubes ou **quatre** cubes.

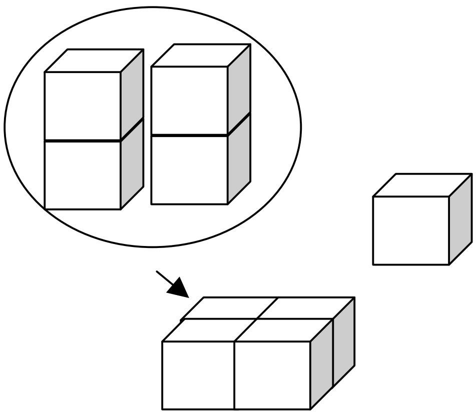
Ce nombre se lit un – zéro – zéro.

Il ne faut pas oublier les zéros ; si l'on écrivait seulement 1 cela ferait une unité, c'est-à-dire un cube, ce qui est faux.

Prenez cinq cubes :



Groupez-les deux par deux. Cherchez ce que vous obtenez et comment s'écrit le nombre sans regarder la suite du cours. Contrôlez ensuite. Si vous avez trouvé seul, sans aide, c'est très bien. Sinon révisez.



plaques	**Barres**	**Cubes séparés**
1	0	1

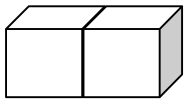
Ce nombre se lit un – zéro – un. Le 1 de gauche signifie une plaque de deux barres de deux cubes soit (2 x 2), c'est-à-dire 4 cubes. Le 1 de droite signifie 1 cube seul.
On retrouve les 5 cubes du système décimal.
Le 0 indique qu'il n'y a pas de barres de deux cubes. Si l'on écrivait **seulement 11** cela ferait 1 barre de deux cubes (1 x 2) et 1 cube, au total 3 cubes, ce qui est **faux**.

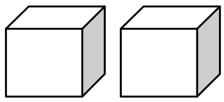
DECODAGE

Procédons maintenant à l'opération contraire. On connaît l'écriture du nombre en une certaine base, on veut retrouver le nombre d'objets en système décimal.

En base deux un nombre est écrit **1 0**, à combien de cubes cela correspond t-il ?

Cherchez ce que signifie 1 0 (un-zéro).

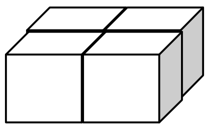
C'est une barre de deux cubes,  et 0 cube seul,

soit au total 2 cubes. 

Barres	Cubes séparés
1	0

En base deux un nombre est écrit **1 0 0**, à combien de cubes cela correspond-t-il ?

Cherchez ce que signifie 1 0 0

1 plaque de deux barres de 2 cubes  (1 x 2 x 2), soit 4 cubes.

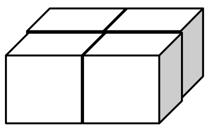
0 barre de deux cubes, donc 0 cube (0 x 2 = 0)
0 cube séparé.

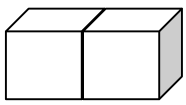
Au total 4 cubes.

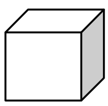
plaques	Barres	Cubes séparés
1	0	0

En base deux un nombre est écrit **111**, à combien de cubes cela correspond t-il ?

Cherchez ce que signifie 1 1 1

1 plaque de deux barres de 2 cubes  (1 x 2 x 2), soit 4 cubes.

1 barre de deux cubes (1 x 2)
soit 2 cubes 

1 cube seul 

plaques	Barres	Cubes séparés
1	1	1

Au total 7 cubes.

LE COMPTEUR

Vous avez déjà vu des compteurs où les chiffres se déplacent (compteurs électriques, pendules électriques). Les chiffres changent quand un nouveau groupement se forme. Les chiffres de droite sont toujours ceux qui changent le plus vite.

Sur une pendule qui indique les heures et les minutes avec les chiffres qui sautent, on verra les nombres de 1 à 59 dans la case des minutes à droite, avant que le chiffre de l'heure ne change à gauche car il faut 60 minutes pour faire une heure (groupement de 60).

Nous allons établir dans un tableau la liste des nombres en base-deux.

En base deux, on n'utilise que les chiffres 0 et 2. A chaque fois qu'une colonne arrive à deux, ce n'est pas ce chiffre qui s'inscrit mais un groupement supérieur suivi d'un zéro. Dans chaque colonne, les chiffres zéro et un se succèdent avant que le chiffre de la colonne suivante ne change.

Le grand 2 signifie la base choisie. Les petits chiffres indiquent l'ordre des groupements.

2_0 : il n'y a pas de groupement
2_1 : groupement de premier ordre ou nombre de groupements de deux
2_2 : groupement de deuxième ordre ou nombre de groupements de deux 2 2
2_3 : groupement de troisième ordre ou nombre de groupements de deux fois deux fois 2
etc.

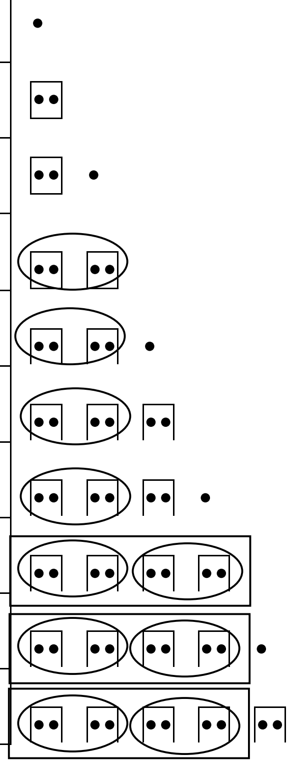
Remarque importante : Les petits chiffres placés à côté du nombre de base indiquant combien de fois ce chiffre est multiplié par lui-même, et non pas par quel chiffre il faut le multiplier.

2_3 signifie 2 x 2 x 2 = 8. Nous reverrons cela plus tard.

Cela ne signifie pas 2 x 3 dont le résultat est différent :

2 x 2 x 2 = 8 2 x 3 = 6

2_3	2_2	2_1	2_0
			0
			1
		1	0
		1	1
	1	0	0
	1	0	1
	1	0	0
	1	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1
1	0	0	0



Le dessin des groupements de billes sur le côté du tableau nous montre cet ordre d'écriture.
Les nombres se lisent : zéro, un, un-zéro, un-un, un-zéro-zéro, etc.

EXERCICES

Les numéros 14 à 17 inclus.

MATHEMATIQUES

CLASSE DE 8ème – CM1

2ème semaine

- DEVOIR A ADRESSER A LA CORRECTION -

NOM : .... **N° :** ....

ADRESSE : ....

....

N'OUBLIEZ PAS DE JOINDRE CE TEXTE A VOTRE COPIE

APPRECIATION DU PROFESSEUR	**NOTE**

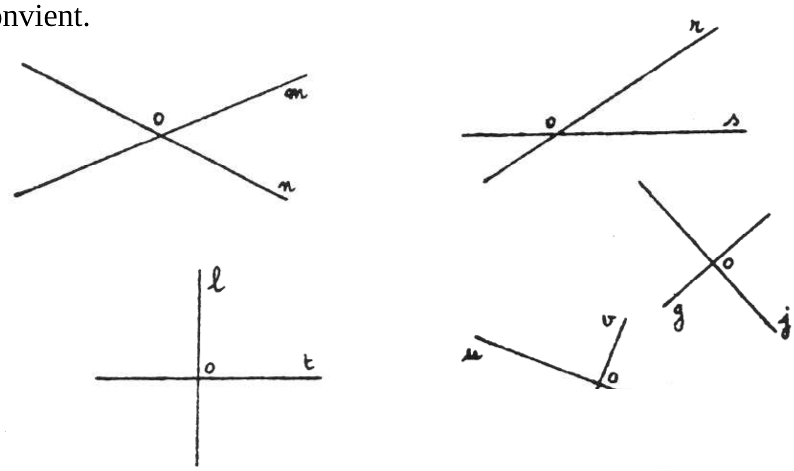
1. Qu'appelle-t-on droites **sécantes** ? 2 pts

....

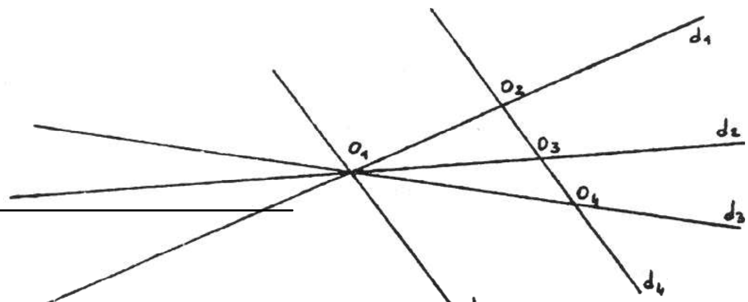
Qu'appelle-t-on droites **perpendiculaires** ?

....

2. Voici des droites sécantes. Utilisez l'équerre pour rechercher celles qui sont **perpendiculaires** : renforcez au crayon de couleur chaque paire de droites qui convient. 2 pts



3. **Observez** ce réseau de droites.



Cherchez avec **quelles droites** et en **quels points** sont **sécantes** les lignes demandées. 4 pts

d_4 est sécante avec ……………… en ……………, avec ....
....

d_1 est sécante ....
....

4. Ecrivez en lettres les nombres : 2 pts

7 : ....
13 : ....
14 : ....
20 : ....
30 : ....
46 : ....
72 : ....
96 : ....

5. Ecrivez en chiffres : 2 pts

quinze :	soixante et onze : ....
dix-neuf :	soixante dix-huit : ....
cinquante-sept :	quatre-vingt-dix : ....
soixante :	cent trois : ....

6. Pierre, Philippe, Jean vont jouer aux billes. Pierre en a apporté seize, Philippe neuf et Jean trente. Dessinez les billes de chacun et écrivez en lettres et en chiffres le nombre de billes total : 4 pts

Pierre	**Philippe**	**Jean**

Ils ont en tout :
(en lettres) : .... billes
(en chiffres) : ....

7. **Ecrivez** les nombres en **suivant de 989 à 1011** : 2 pts

....
....

8. **Combien d'unités le 7 représente-t-il** dans chacun des nombres suivants : 2 pts

Dans 740 le 7 vaut : ....
Dans 875 le 7 vaut : ....
Dans 1730 le 7 vaut : ....
Dans 3907 le 7 vaut : ....