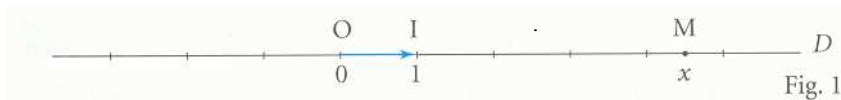


PREMIERE LECON

.Les différents ensembles de nombres.**1) L'ensemble des réels**

Nous utilisons les nombres pour classer, pour mesurer, pour repérer, pour estimer des grandeurs. L'ensemble de **tous** les nombres répertoriés s'appelle l'ensemble des nombres **réels** : il est noté \mathbb{R} .

L'ensemble \mathbb{R} est usuellement représenté par une droite graduée D munie d'un repère (O,I) . Chaque nombre réel est représenté par un point de la droite graduée, et tout point de cette droite représente un réel. On dit qu'à tout réel x correspond le point M de D d'abscisse x et réciproquement, à tout point M de D on peut associer son abscisse $x \in \mathbb{R}$. (le symbole « \in » signifie « appartient à »).

**2) Des réels particuliers**

Selon leur nature, les nombres sont classés dans différents ensembles : \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} , \mathbb{Q} .

a) Les nombres entiers naturels

Les entiers naturels sont : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; ... jusqu'à l'infini.

Ce sont tous les nombres **entiers positifs**.

L'ensemble des entiers naturels se notent : \mathbb{N}

Remarque : le **symbole** * accolé à l'ensemble \mathbb{N} signifie : l'ensemble des entiers positifs **privé de zéro**, que l'on écrit \mathbb{N}^* . Donc \mathbb{N}^* est l'ensemble des entiers positifs non nuls : c'est-à-dire que l'on commence par 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; ...

b) Les nombres entiers relatifs

Les entiers relatifs sont les entiers naturels (qui sont positifs) et leur opposés (qui sont négatifs). Ce sont donc **tous** les nombres **entiers**.

Depuis l'infini négatif ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... jusqu'à l'infini positif.

L'ensemble des entiers relatifs se notent : \mathbb{Z}

Remarque : Les entiers naturels sont aussi des nombres relatifs, cela se traduit par la relation $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$, qui signifie que l'ensemble \mathbb{N} est **inclus** dans l'ensemble \mathbb{Z} . Les entiers relatifs ont un ordre qui prolonge celui des entiers naturels.

\mathbb{Z}^* : c'est l'ensemble des entiers relatifs non nuls

c) Les nombres décimaux .

Les nombres décimaux sont les nombres égaux au quotient d'un entier relatif par une puissance de 10 : soit encore de la forme $\frac{a}{10^n}$.

Exemples de décimaux : $\frac{7}{10} = 0,7$ ou $\frac{132}{100} = 1,32$

mais aussi $\frac{4}{25}$ est un décimal car $\frac{4}{25} = \frac{4 \times 4}{25 \times 4} = \frac{16}{100}$

Réciproquement, tout nombre à virgule peut s'écrire comme une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10

Par exemple : $0,13 = \frac{13}{100}$

Les décimaux sont donc des nombres n'ayant qu'un nombre **fini** de chiffres après la virgule, autrement dit un décimal possède une suite décimale finie.

Remarque : a.-2 est un décimal (dans ce cas, il n'y a aucun chiffre après la virgule : 2,0).

b.Par contre $\frac{1}{7}$ qui est égal à 0,142857142857... donne une suite décimale **infinie** (qui ne se termine jamais) : donc $\frac{1}{7}$ n'est **pas** un décimal.

L'ensemble des décimaux est noté : D

Chaque entier est un décimal ; on écrit alors $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$ (l'ensemble Z est inclus dans l'ensemble D).

\mathbb{D}^* est l'ensemble des décimaux non nuls.

d) Les nombres rationnels

Les nombres rationnels sont les nombres qui sont égaux au quotient de deux nombres entiers relatifs c'est-à-dire à des fractions de type $\frac{a}{b}$ avec a entier et b entier **non nul**. (rappel : b doit être un entier non nul car on ne peut pas diviser par 0).

Exemples de rationnels : $\frac{3}{2}$; $\frac{-5}{4}$; -12 (car $-12 = \frac{-12}{1}$)

L'ensemble des rationnels est noté : Q

Chaque décimal est un rationnel ; on écrit alors $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

\mathbb{Q}^* signifie l'ensembles des rationnels non nuls.

e) Les nombres irrationnels

Le théorème de Pythagore (voir série n° 10 leçon n°2) introduit l'utilisation de racines carrées (par exemple $\sqrt{2}$). Le périmètre d'un cercle nécessite l'utilisation du nombre π . On a donc été amené à rechercher des nombres rationnels égaux à π ou par exemple à $\sqrt{2}$: la réponse, trouvée et démontrée, est que cela n'est pas possible. Ces nombres, comme $\sqrt{2}$ et π , qui ne sont pas des rationnels ont été dénommés irrationnels et il a donc fallu envisager un nouvel ensemble de nombres qui permette de mesurer toutes les longueurs rencontrées en géométrie. Cet ensemble est l'ensemble des nombres réels que l'on note R et regroupe donc **tous** les nombres que nous utilisons.

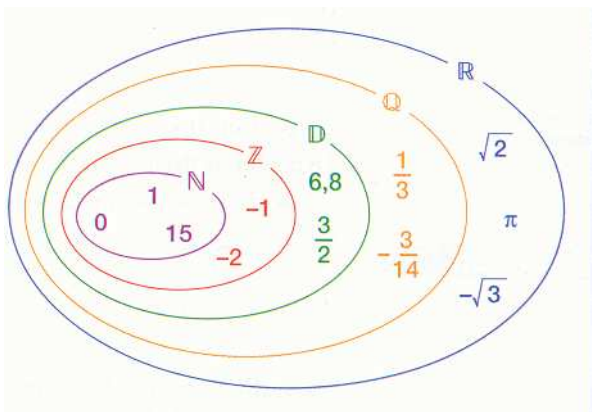
Chaque rationnel est un réel et on obtient alors $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

\mathbb{R}^* est l'ensemble des réels non nuls à savoir tous les nombres que nous utilisons à l'exception de zéro. Afin de différencier les réels négatifs des réels positifs, on fait précéder du signe + ou - l'ensemble : ainsi \mathbb{R}^+ indique les réels positifs ; \mathbb{R}^- les réels négatifs. De même \mathbb{R}^{*+} les réels positifs non nuls et \mathbb{R}^{*-} les réels négatifs non nuls.

Par voie de conséquence, si on relie les différents ensembles de nombres on a :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Le schéma ci-dessous permet de visualiser ces inclusions.



3) Valeur exacte, valeur approchée.

Les nombres décimaux sont facilement comparables et nous permettent d'évaluer rapidement leur ordre de grandeur. Or beaucoup de nombres réels ne sont pas des nombres décimaux : on donne souvent des valeurs approchées décimales des nombres réels pour exprimer un résultat.

Par exemple : la longueur d'une diagonale d'un rectangle de côtés 2cm et 5cm est $\sqrt{29}$ cm

La valeur exacte est $\sqrt{29}$ cm

La valeur approchée qui nous permet d'avoir un ordre de grandeur est, après calcul 5,385164807. On écrira alors $\sqrt{29} \approx 5,38$ et on lira $\sqrt{29}$ peu différent de 5,38. En aucun cas on ne pourra écrire $\sqrt{29} = 5,38$.

5,38 est la valeur approchée au centième près (2 chiffres après la virgule) de $\sqrt{29}$.

La calculatrice ne pouvant utiliser qu'une quinzaine de chiffres ne peut donc pas représenter les nombres de façon exacte. Ainsi ma calculatrice, pour le calcul de $\sqrt{29}$, indique 5,385164807 : cela ne signifie pas que $\sqrt{29}$ est égal à 3,605551275. Je peux simplement dire que : 5,385 est une **valeur approchée par défaut** à 10^{-3} près (0,001 près)

ou bien que : 5,386 est une **valeur approchée par excès** à 10^{-3} près.

On obtient l'**encadrement d'amplitude** 10^{-3} : $5,385 < \sqrt{29} < 5,386$

EXERCICE 1

Vérifier que les rationnels suivants sont décimaux :

$$\frac{1}{4} ; \frac{2}{5} ; \frac{171}{40} ; \frac{3}{16} ; \frac{47}{25}$$

EXERCICE 2

On considère les nombres : $A = \frac{2}{1,2}$; $B = \frac{4,5}{3,5}$ et $C = \frac{\frac{1}{5} - \frac{2}{1,2}}{4,5 - 0,4}$

1°) Expliquer pourquoi A, B et C sont des rationnels.

2°) Ecrire A, B et C sous la forme d'une fraction irréductible.

EXERCICE 3

Dites si chaque proposition suivante est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

- 1) Tout nombre décimal est un rationnel
- 2) L'inverse d'un rationnel non nul est un rationnel
- 3) Tout nombre entier est décimal
- 4) Le seul nombre pair premier est le nombre 2

DEUXIEME LECON

.Les nombres premiers.1) Divisibilité

On dit que 24 est divisible par 3 car lorsqu'on divise 24 par 3, le résultat obtenu à savoir 8 est un nombre entier. On dit que 3 est un diviseur de 24. Par contre, 24 n'est pas divisible par 5 car le résultat de la division n'est pas un nombre entier.

a) Définition : Soient **a** et **b** deux entiers naturels non nuls. On dit que **a** est **divisible** par **b** si le résultat de la division de a par b est un nombre entier, c'est-à-dire si $\frac{a}{b} = c$ avec c entier ; soit encore $a = b \times c$ (écrit également $a = bc$).

On dit alors que : b est un diviseur de a] Ces trois expressions ont la même. signification
ou bien que : a est un multiple de b	
ou bien encore que : a est divisible par b	

b)Caractères de divisibilité : Pour savoir si un entier naturel a est divisible par un entier naturel b, on peut toujours effectuer la division de a par b et observer si le reste est égal à zéro. Cependant il existe quelques règles simples permettant de reconnaître les entiers naturels divisibles par 2, 3 ou 5.

A SAVOIR :

* Les nombres entiers qui se terminent par 0, 2, 4, 6 ou 8 sont divisibles par 2 .

* Les nombres entiers qui se terminent par 0 ou 5 sont divisibles par 5 .

* Les nombres entiers dont la somme des chiffres est divisible par 3 sont eux- mêmes divisibles par 3 .

exemples : 728 est divisible par 2 ; son dernier chiffre est 8.

325 est divisible par 5 ; son dernier chiffre est 5.

114 est divisible par 3 ; la somme de ses chiffres est $1+1+4=6$ soit 6 qui est divisible par 3.

2) Nombres premiers

a) Définition : Un **nombre premier** est un entier qui a **exactement** deux diviseurs : 1 et lui-même.

Par exemple 7 est un nombre premier car les seuls diviseurs de 7 sont 1 et 7.

4 n'est pas un nombre premier car il a trois diviseurs : 1, 4 et 2.

1 n'est pas premier car il n'admet qu'un seul diviseur lui-même.

b)Propriété : Un entier n supérieur ou égal à 2 est premier si, et seulement si, il n'admet aucun diviseur premier inférieur ou égal à \sqrt{n} . exemple : le nombre 127 est-il premier ?

$\sqrt{127} \approx 11,27$ Il suffit de vérifier que 127 n'est divisible par aucun des nombres 2, 3, 5, 7 et 11. Les caractères de divisibilité montrent que 127 n'est pas divisible par 2 ou par 3 ou par 5 ; pour 7 et 11 on effectue les divisions euclidiennes :

$127 = 18 \times 7 + 1$: le reste de la division de 127 par 7 est 1 donc 127 n'est pas divisible par 7.

$127 = 11 \times 11 + 6$: le reste de la division de 127 par 11 est 6 donc 127 n'est pas divisible par 11.

Conclusion : 127 est un nombre premier.

3)Décomposition en produit de facteurs premiers.

a)Propriété : Tout entier non nul et non premier peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers, on dit qu'on **décompose** cet entier en produit de facteurs premiers.

Exemples : $15 = 5 \times 3$

Il peut y avoir plusieurs fois le même facteur : ainsi $50 = 5 \times 10 = 5 \times 5 \times 2 = 5^2 \times 2$

b)Méthodes : Deux méthodes peuvent être appliquées .

méthode 1 : pour décomposer $a \times b$ en un produit de nombres premiers, on décompose séparément a et b en produits de facteurs premiers, puis on regroupe les deux décompositions.

Exemple : Décomposez 360 en un produit de facteurs premiers : $360 = 36 \times 10$ or $36 = 6 \times 6$ ou $9 \times 4 = 3 \times 3 \times 2 \times 2$ soit $36 = 3^2 \times 2^2$

et $10 = 5 \times 2$

d'où $360 = 3^2 \times 2^2 \times 5 \times 2$ soit encore $360 = 3^2 \times 2^3 \times 5$

méthode 2 : on effectue des divisions successives par les nombres premiers (2, 3, 5, 7...) autant que possible et on place les résultats dans un tableau. Exemple : Décomposez 156 en un produit de facteurs premiers :

$$\begin{array}{r|l} 156 & 2 \\ 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \quad \text{d'où } 156 = 2^2 \times 3 \times 13$$

c)Application : La décomposition des entiers naturels en produits de facteurs premiers permet de simplifier les fractions au maximum et donc de les rendre **irréductibles** (que l'on ne peut plus réduire ou simplifier). Exemple : Simplifiez la fraction $A = \frac{156}{65}$

$$A = \frac{156}{65} = \frac{2^2 \times 3 \times 13}{13 \times 5} = \frac{2^2 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$$

Conclusion : les nombres premiers sont les nombres qui permettent de construire tous les autres à partir de la multiplication.

EXERCICE 1

Décomposer en facteurs premiers les entiers suivants : 520 ; 528 ; 1071 ; 1515.

EXERCICE 2

1°) Décomposer 63 en facteurs premiers.

2°) Écrire tous les diviseurs de 63 et leur décomposition en facteurs premiers. Combien obtient-on de diviseurs ?

3°) Combien $A = 3^3 \times 7^2$ a-t-il de diviseurs ?

4°) Soit α et β des entiers. Combien $X = 3^\alpha \times 7^\beta$ a-t-il de diviseurs ?

EXERCICE 3

1°) Vérifier que 149 ; 151 et 157 sont premiers.

2°) Donner la décomposition en facteurs premiers de $A = 149 \times 151 \times 153 \times 155 \times 157$.

EXERCICE 4

Soit A un entier dont la décomposition en facteurs premiers est de la forme $A = 2^\alpha \times 5^\beta$ avec $\alpha \in \mathbb{N}$ et $\beta \in \mathbb{N}$. Montrer que pour tout entier B non nul, $\frac{B}{A}$ est un décimal.

TROISIEME LECON

.Puissances

L'opération qui consiste à répéter plusieurs fois la **même multiplication** peut être remplacée par une puissance. Par exemple : $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ on lit 5 puissance 4.

1) Définition :

De façon plus générale : soit n un entier positif non nul ($n \in \mathbb{N}^*$: n **appartient** à l'ensemble des entiers naturels positifs non nuls) et a un nombre quelconque ($a \in \mathbb{R}$).

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_n$ | on lit « a puissance n » le nombre n est encore appelé exposant de
n facteurs | la puissance.

2) Propriétés:

Soient a et b des réels non nuls ; m et n des entiers relatifs non nuls :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad ; \quad (a^m)^n = a^{m \times n} \quad ; \quad (ab)^n = a^n \times b^n \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad ; \quad \text{de même } a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad ; \quad \text{ATTENTION: } a^0 = 1$$

3) Remarques :

⊠ NE CONFONDEZ PAS puissance et produit : $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ et **non pas** ~~$3^4 = 3 \times 4 = 12$~~

⊠ NE CONFONDEZ PAS $a^2 \times a^2 = a^{2+2} = a^4$ **avec** $a^2 + a^2 = 2a^2$

(il en est de même pour **n'importe quel réel** élevé à une puissance : que ce soit x^2 ou x^3 ; y^4 ; t^3 etc .)

⊠ On ne peut pas additionner (ou soustraire) deux (ou plusieurs) réels ne portant pas la même puissance : exemple : $a^2 + a^3$ ne peuvent pas s'additionner cela reste $a^2 + a^3$

(ou bien $x^2 + x^4$ cela reste $x^2 + x^4$)

⊠ Ce n'est pas parce que l'exposant est négatif que la puissance est un nombre négatif :

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = +0,04 \quad \text{donc } 5^{-2} \text{ est bien un nombre positif .}$$

4) Notation scientifique des nombres :

L'utilisation des puissances de 10 permet d'écrire plus simplement des nombres décimaux très grands ou très petits et de montrer ainsi leur ordre de grandeur. Dans notre système de numération en base 10, le calcul des puissances de 10 se présente de la façon suivante :

⊘ Soit l'exposant est positif : alors 10^n s'écrit avec le chiffre 1 suivi de n zéros.
exemples : $10^3 = 1\ 000$; l'exposant 3 correspond aux milliers.

$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$; l'exposant 9 correspond aux milliards.

⊘ Soit l'exposant est négatif : alors 10^{-n} s'écrit avec n zéros commençant toujours par 0,....
exemples : $10^{-2} = 0,01$ l'exposant -2 correspond aux centièmes.

$10^{-3} = 0,001$ l'exposant -3 correspond aux millièmes.

EXERCICE 1

1°) a) Calculer : 2^{-1} ; 2^3 ; 2^{-3} ; 3^{-2}
b) Calculer : $(-2)^4$; -2^4 ; $(-3)^5$

2°) Soit a un réel non nul . Simplifier l'expression $X = \frac{a^2 \times (a^5)^{-2} \times a^4}{(a^3)^2 \times a^{-4}} \times \left(\frac{a}{-2}\right)^2$

EXERCICE 2

On considère les réels suivants :

$$A = 2 \cdot 10^3 + 0,413 \cdot 10^2 + 55 \cdot 10^{-2} \quad B = \frac{0,0174}{0,03} \quad C = \frac{1,4}{0,12} \times 10^{-3} \times \frac{6}{10}$$

1°) Sans calculatrice , écrire A, B et C sous forme décimale.

2°) Contrôler les résultats avec la calculatrice.

EXERCICE 3

1°) Ecrire en notation scientifique les nombres suivants : a=372,1 ; b= -0,048 ;
c= $142 \cdot 10^{-5}$

2°) Une année lumière est la distance parcourue en un an par la lumière à la vitesse de 300 000 km/s.

Convertir une année lumière en km. Donner le résultat en notation scientifique.

EXERCICE 4

Simplifiez A et B : $A = \frac{(10^{-5})^2 \times (3 \times 10^4)^{-5}}{1+3^2}$; $B = \left(\frac{1}{10}\right)^{-5} \times \left(\frac{3}{10^2}\right)^{-4}$

QUATRIEME LECON

.Les racines carrées ou radicaux.

1) Définition :

Soit a un nombre **positif** ou nul. La racine carrée de a , notée \sqrt{a} , est le nombre positif dont le carré est égal à a . Autrement dit pour tout $a \geq 0$, $\sqrt{a} \geq 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$

Exemple: $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$ Remarque $\sqrt{0} = 0$
 $\sqrt{1} = 1$

Un nombre négatif n'a pas de racine carrée. Ainsi, si x est un réel ($x \in \mathbb{R}$), l'écriture $\sqrt{x-11}$ n'a de sens que si $x - 11$ est **positif**, c'est-à-dire $x - 11 \geq 0$: soit $x \geq 11$.

2) Propriétés :

Soient a et b des nombres positifs : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $b \neq 0$

Exemples : Simplifiez les écritures suivantes

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{3^2 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{4^2}} = \frac{5}{4}$$

ATTENTION :

⊠ La racine carrée d'une somme **n'est pas égale** à la somme des racines carrées.

Soit : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ de même $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

Exemple : $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} = 3 + 4 = 7$

Donc $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$

⊠ Ne pas confondre $\sqrt{a^2} = |a|$ (lire valeur absolue de a) **avec** $(\sqrt{a})^2 = a$

En effet pour tout $a \in \mathbb{R}$, écrire $\sqrt{a^2} = |a|$ implique que $\sqrt{a^2} = a$ si $a \geq 0$

ou bien $\sqrt{a^2} = -a$ si $a \leq 0$

si a est négatif ($a \leq 0$) alors $-a$ est positif : si $a = -1$ alors $-a = -(-1) = +1$

(voire série 3 leçon 1 cours sur la valeur absolue)

3) Fraction comprenant une racine carrée au dénominateur :

En écriture fractionnaire, le dénominateur ne s'écrit pas sous forme d'une racine carrée : comment écrire une fraction équivalente afin d'obtenir un rationnel au dénominateur ?

⊠ **premier cas : la racine carrée est isolée**

exemple : $\frac{3}{\sqrt{5}}$ on multiplie le numérateur et le dénominateur par cette racine carrée soit par $\sqrt{5}$

on obtient : $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

deuxième cas : la racine carrée n'est pas isolée

exemple : $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$ on multiplie le numérateur et le dénominateur par la quantité conjuguée (voire chapitre sur les identités remarquables : la quantité conjuguée de $a-b$ est $a+b$ et vice versa)

on obtient : $\frac{2}{1-\sqrt{3}} = \frac{2 \times (1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{1^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{1-3} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{-2} = -(1+\sqrt{3})$ ou encore $-1-\sqrt{3}$

EXERCICE 1

Démontrez que $(3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2$ est un nombre entier.

EXERCICE 2

Démontrez que $A = (\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 - 5$ s'écrit sous la forme $a\sqrt{3} + b$ où a et b sont des entiers.

EXERCICE 3

Démontrez que $\sqrt{2} + 1$ est solution de l'équation $x^2 - 2x - 1 = 0$

EXERCICE 4

Ecrire les réels suivants sous la forme $u + v\sqrt{3}$ avec $u \in \mathbb{Q}$ et $v \in \mathbb{Q}$.

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} ; y = 1 + \sqrt{\frac{4}{3}} ; z = \frac{1}{3-\sqrt{3}} ; t = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} ; w = z + t$$

EXERCICE 5

1°) On pose $A = \sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

Calculer A^2 . En déduire la valeur de A

2°) On pose $B = \sqrt{7-4\sqrt{3}} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

Calculer B^2 . En déduire la valeur de B .

3°) Simplifier $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ et $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

EXEMPLE D'UN DEVOIR

DEVOIR 2^{ème} Série A ADRESSER A LA CORRECTION
EXERCICE 1 :

Ecrire le plus simplement possible la somme suivante :

$$S = \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2} - \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}.$$

EXERCICE 2 :

1°) Un cycliste monte un col de 10km de long à la vitesse moyenne $v_1 = 15 \text{ km.h}^{-1}$, puis redescend ce même col à la vitesse moyenne $v_2 = 40 \text{ km.h}^{-1}$.

a) Quel temps a-t-il mis pour effectuer l'aller et le retour ?

b) Indiquer, sous forme fractionnaire, sa vitesse moyenne v en km.h^{-1} sur les 20 km de la montée et de la descente.

c) Vérifier que : $\frac{2}{v} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}$. (v est appelée *moyenne harmonique* de v_1 et de v_2)

2°) On considère à nouveau la formule :

$$\frac{2}{v} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}.$$

a) Exprimer v_2 en fonction de v_1 et de v .

b) Application numérique : $v = 30 \text{ km.h}^{-1}$; $v_1 = 60 \text{ km.h}^{-1}$. Calculer v_2 .

EXERCICE 3 :

Ecrire le plus simplement possible :

$$A = \frac{(-3)^4 \times (-5)^3 \times 24^2}{2^6 \times 15^3}$$

EXERCICE 4 :

La formule de l'aire d'un trapèze est :

$$A = \frac{(B+b) \times h}{2}$$

1°) Exprimer h en fonction de A , B et b .

2°) Exprimer b en fonction de A , B et h .

EXERCICE 5 :

On ajoute un même nombre réel aux deux termes de la fraction $\frac{5}{4}$.

1°) Le résultat est $\frac{4}{5}$; quel nombre a-t-on utilisé ?

2°) Pour quels nombres trouve-t-on un résultat plus grand que $\frac{4}{5}$?