SOMMAIRE

1ère SÉRIE

2ème SÉRIE

3ème SÉRIE

SOMMAIRE

4ème SÉRIE

5ème SÉRIE

SOMMAIRE

1ère SÉRIE

LA PROPORTIONNALITÉ

I - PROPORTIONNALITE ET REPRESENTATION GRAPHIQUE

1. Grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre constant.

Exemple : un kilogramme de pommes coûte 1,30 €. Le prix payé est proportionnel à la quantité de pommes achetées.

Poids (en kg)	0	1	2	3	6
Prix (en €)	0	1,30	2,60	3,90	7,80

× 1,30

Les deux grandeurs (prix et poids) sont proportionnelles.
1,30 est le **coefficient de proportionnalité**.

Contre-exemple : A 7 ans Marie mesure 1,2 m et à 14 ans, elle mesure 1,6 m.

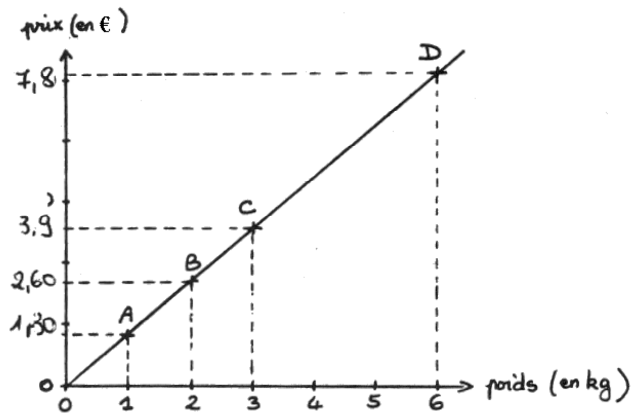
Age (ans)	7	14
Taille (en m)	1,2	1,6

7 x 2 = 14
mais 1,2 x 2 ≠ 1,6.
Les deux grandeurs (taille et âge) ne sont pas proportionnelles.

2. Représentation graphique

Les points de la représentation graphique d'une relation de proportionnalité sont alignés sur une droite passant par l'origine du repère.

Exemple : Reprenons l'exemple précédent.



Les points O (0; 0), A (1; 1,3), B (2; 2,6), C (3; 3,9) et D (6; 7,8) sont alignés et la droite passe par l'origine du repère.

II - MOUVEMENT UNIFORME

1. Définition

Lorsque la distance d parcourue par un mobile est proportionnelle à la durée du parcours t, on dit que ce mobile a un mouvement uniforme.
Le coefficient de proportionnalité v est la vitesse moyenne de ce mobile, c'est la distance parcourue par unité de temps.

On a : $v = \frac{d}{t}$ $\quad d = v \times t \quad$ $t = \frac{d}{v}$

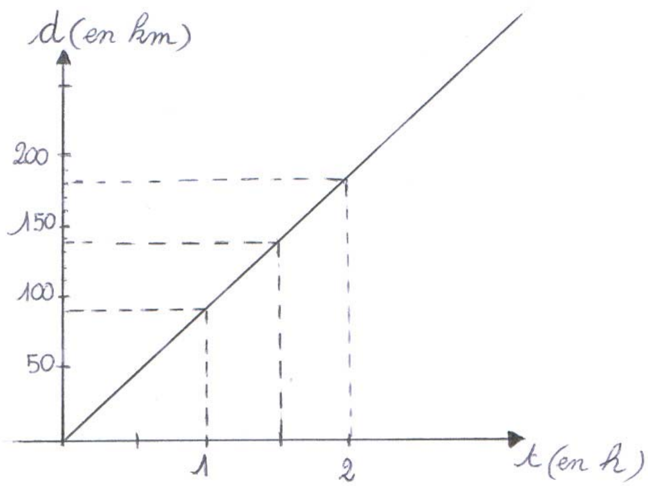
Remarque : cette vitesse moyenne s'exprime généralement en kilomètre par heure (km/h ou km.h^{-1}) ou en mètre par seconde (m/s ou m.s^{-1})

Exemple : une voiture roule à une vitesse moyenne de 90 km/h

Durée du parcours t (en h)	1	1,5	2
Distance parcourue d (en km)	90	135	180

$\times\ v = 90$

Le mouvement uniforme de ce véhicule est représenté par le graphique ci-dessous :



v = 90 km/h

III - POURCENTAGE

Un pourcentage est une situation de proportionnalité.

Appliquer x % à un nombre c'est le multiplier par $\frac{x}{100}$

Exemple 1 : 24 % de 38,11 € vaut 38,11 x $\frac{24}{100}$ = 9,14 €

Augmenter un nombre de x % c'est le multiplier par $1 + \frac{x}{100}$

Exemple 2 : Un article coûte 25 €, son prix augmente de 5 %.
Le nouveau prix est :

$$25 \times (1 + \frac{5}{100}) = 25 \times 1{,}05 = 26{,}25 \text{ €}$$

ou

$$25 + 25 \times \frac{5}{100} = 25 + 1{,}25 = 26{,}25 \text{ €}$$

Diminuer un nombre de x % c'est le multiplier par $1 - \frac{x}{100}$

Exemple 3 : Un article coûte 30,49 €, son prix diminue de 15%.
Le nouveau prix est :

$$30{,}49 \times (1 - \frac{15}{100}) = 30{,}49 \times 0{,}85 = 25{,}91$$

ou

$$30{,}49 - 30{,}49 \times 15/100 = 30{,}49 - 4{,}57 = 25{,}91 \text{ €}$$

Exercice 1

1. Compléter le tableau de change :

valeur en €	111,59	223,19		152,45	
valeur en $	120		540		1000

2. Quelle est la valeur (en €) de un dollar ?

Exercice 2

Les sons se propagent à la vitesse de 340 m/s. A quelle distance de l'orage se trouve-t-on lorsqu'on entend le tonnerre 7 secondes après avoir vu l'éclair ?

Exercice 3

Convertir en km/h.

1. 7200 km/jour
2. 12 m/s

Exercice 4

Dans une classe de 30 élèves, 3 élèves sont nés en 1984, 18 en 1985 et 9 en 1986. Quels sont les pourcentages de chaque catégorie d'âge ?

Exercice 5

Le prix d'une calculatrice qui coûtait 27 € en 1996 a augmenté de 3% en 1997, puis de 4% en 1998.

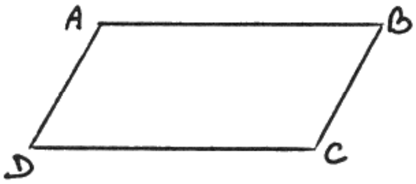
1. Calculer les prix de cette calculatrice en 1997 puis en 1998.
2. Vérifier que le pourcentage de l'augmentation en deux ans est supérieur à 7%

LES QUADRILATERES

I - LE PARALLELOGRAMME

1. Définition

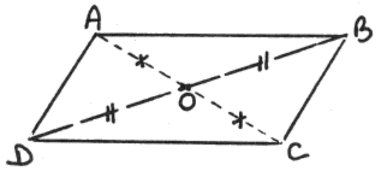
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.



ABCD est un parallélogramme donc :
(AB)//(CD)
(AD)//(BC)

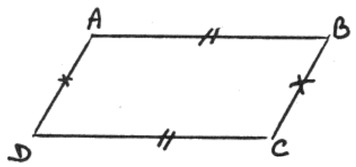
2. Propriétés

*a/ Les **diagonales** d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. **Réciproquement** si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.*



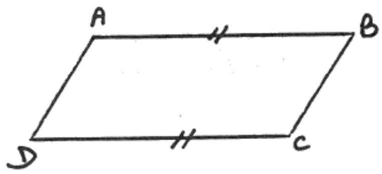
ABCD est un parallélogramme alors les diagonales [AC] et [BD] ont même milieu O.
Le point O est le centre de symétrie de ABCD.

*b/ les **cotés opposés** d'un parallélogramme ont même longueur. **Réciproquement**, si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.*



ABCD est un parallélogramme donc :
AB = DC
AD = BC

c/ Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

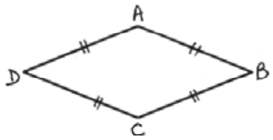


Si (AB)//(CD)
et AB = CD
alors ABCD est un parallélogramme.

III - LE LOSANGE

1. Définition

Un losange est un quadrilatère qui a ses 4 côtés de même longueur.



ABCD est un losange, donc :
AB = BC = CD = DA

2. Propriétés

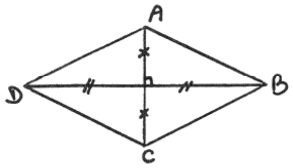
a/ Propriétés des côtés

*Un losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur. **Réciproquement**, si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors ce parallélogramme est un losange.*

Conséquence : le losange a les mêmes propriétés que le parallélogramme.

b/ Propriété des diagonales

*Un losange est un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires. **Réciproquement**, si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors ce parallélogramme est un losange.*



ABCD est losange, donc :
(AC) $\perp$ (BD)

c/ Axes et centre de symétrie

Le losange a :

- *un centre de symétrie : le point d'intersection de diagonales*
- *deux axes de symétrie perpendiculaires : les diagonales*

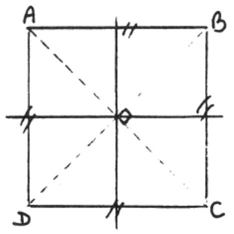
IV - LE CARRE

1. Définition

Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

2. <u>Propriétés</u>

Le carré possède toutes les propriétés du rectangle et du losange.



ABCD est un carré, donc :
(AB) // (DC) et (AD) // (BC)
AB = BC = CD = DA
(AB) ⊥ (BC)   (BC) ⊥ (CD)
(CD) ⊥ (DA)   (DA) ⊥ (AB)
[AC] et [BD] ont même milieu
AC = BD
Le point d'intersection des diagonales est centre de symétrie. Le carré a 4 axes de symétrie : les diagonales et les médiatrices.

Exercice 1

Soit ABC un triangle, I le milieu de [BC] et A' le symétrique de A par rapport à I.
Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ? Le démontrer.

Exercice 2

KLMN est un losange. Démontrer que la droite (KM) est la médiatrice du segment [LN].

Exercice 3

Construire un cercle de centre O et tracer deux diamètres [EF] et [HG].
1. Montrer que EHFG est un rectangle.
2. Pour que EFHG soit un carré, comment faut-il tracer les diamètres [EF] et [HG] ? Justifier.

LES NOMBRES RELATIFS

I - RAPPELS

1. Définition

Un nombre relatif est déterminé par :

- son signe (+ ou -)
- sa partie numérique ou valeur absolue ou distance à zéro

2. Addition de deux nombres relatifs

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :
- on attribue à la somme le signe commun aux deux nombres
- on additionne leurs distances à zéro

Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :
- on attribue à la somme le signe de celui des deux nombres qui a la plus grande distance à zéro
- on soustrait les distances à zéro

L'ordre dans lequel on additionne deux nombres relatifs n'a pas d'importance.

Exemple :

7,1 + (-10,5) = (-3,4)
-8,6 + (-13) = (-21,6)
-63 + 100,3 = 37,3

3. Soustraction de deux nombres relatifs

Pour retrancher un nombre relatif on ajoute son opposé.
L'ordre dans lequel on soustrait deux nombres relatifs a de l'importance.

Exemple :

-5 – (-12) = -5 + 12 = 7
-15 – 7 = -15 – (+7) = -15 + (-7) = -22
8 – 16,9 = 8 – (+16,9) = 8 + (-16,9) = -8,9

4. Parenthèses

On effectue d'abord les calculs entre parenthèses, en commençant par les parenthèses les plus intérieures.

Exemple :

7 – [-3 – (8,5 – 17)] = 7 – [-3 – (-8,5)]
= 7 – [-3 + 8,5]
= 7 – 5,5
= 1,5

II - MULTIPLICATION DE NOMBRES RELATIFS

1. Vocabulaire et notation

Si a et b sont deux nombres relatifs, a x b est un produit de deux facteurs a et b. Autres écritures :

a x b = ab
2 x a = 2a
5 x (a-2) = 5 (a-2)

Le signe x est sous-entendu.

2. Règle des signes

Le produit de deux nombres de même signe est positif. Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

Exemple :

-8 x (-2) = 16 (-4) x 3 = (-12) 13 x 5 = 65

3. Signe d'un produit de plusieurs facteurs

Le produit de plusieurs facteurs est indépendant de l'ordre de ces facteurs. Dans un produit de facteurs, si le nombre de facteurs négatifs est : - pair : le produit est positif - impair : le produit est négatif

Exemple :

Le produit (5,3) x (14,2) x (-12) est négatif
Le produit –7 x (-13) x 6,4 x (-5,1) x 14 est négatif

4. Produits particuliers

a/ Multiplication par (-1)

(-1) x a = a x (-1) = -a
Multiplier un nombre par (-1) c'est le transformer en son opposé.

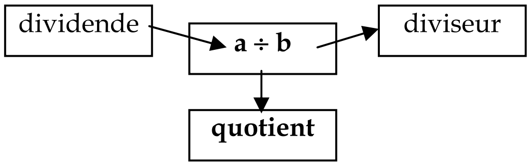
b/ Multiplication par 0

a x 0 = 0 x a = 0
Si l'un des facteurs est nul, alors ce produit est nul.

III - DIVISION DE DEUX NOMBRES RELATIFS

1. Vocabulaire et notation

a et b sont deux nombres relatifs avec $b \neq 0$



Le quotient $a \div b$ se note aussi sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$

a est le numérateur   **b** est le dénominateur

2. Règle des signes

La règle des signes est la même que pour la multiplication.

- Si a et b sont de même signe, $\frac{a}{b}$ est positif
- Si a et b sont de signes contraires, $\frac{a}{b}$ est négatif

Exemple : $\frac{3}{-2} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2} = -1{,}5$ $\frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

3. La division par zéro est impossible

IV - SUPPRESSION DE PARENTHESES DANS UNE SOMME ALGEBRIQUE

1. Règles

Lorsqu'un signe – précède une parenthèse, on peut supprimer cette parenthèse et le signe – à condition de changer tous les signes des termes de la somme placés dans cette parenthèse.

Lorsqu'un signe + précède une parenthèse, on peut supprimer cette parenthèse et le signe + sans rien changer.

Exemple :

$3 + (-5 + 12{,}3) = 3 - 5 + 12{,}3$

$11 - (4 + 6{,}2 - 7{,}9) = 11 - 4 - 6{,}2 + 7{,}9$

$25 - (-7 + 14{,}6) - [-12 + (-3{,}5 + 2)]$ $= 25 + 7 - 14{,}6 - [-12 - 3{,}5 + 2]$
$= 25 + 7 - 14{,}6 + 12 + 3{,}5 - 2$

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes :

A = (-12,8) + 5,4
B = 14 – (-5,2) + (-20)
C = -12 + 7 – 31,2 + 2,2
D = 7,6 – [-27 + 3 – (-6 + 4,1)]

Exercice 2

Pour chaque expression, donner le signe du résultat :

E = (-13) x 18 x 1,1 x (-2)

$F = \dfrac{-1 \times 3 \times (-5)}{2 \times (-7)}$

Exercice 3

Calculer :

G = (-3,1) x 2
H = (-8) x (-5) x 10 x (-2)

$I = \dfrac{-4{,}8}{-0{,}6}$

J = 5 – 2 x 3 + 10 ÷ 5 x 4 – 7

Exercice 4

Supprimer les parenthèses et simplifier les expressions :

K = (3 + a) – (-5 + 4a)
L = -(2a + 1 – b) + (-b + 4)
M = (7 – a) + [-5 + 3a – (-1 + a) – 10]

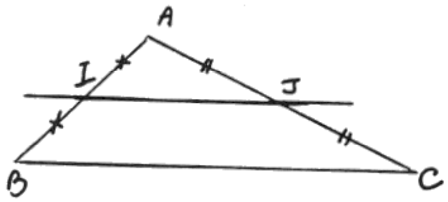
TRIANGLES ET DROITES PARALLELES

I - PROPRIETE DE LA DROITE DES MILIEUX

1. Enoncé

Dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

Exemple :



Hypothèses : ABC est un triangle
I est le milieu de [AB]
J est le milieu de [AC]

Conclusion : (IJ)//(BC)

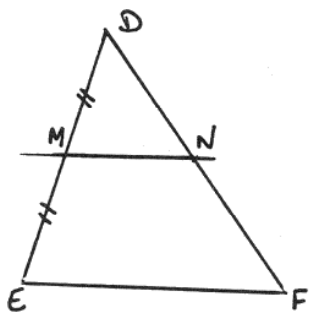
Dans le triangle ABC, la droite passant par les milieux I et J des côtés [AB] et [AC] est parallèle au troisième côté (BC), donc (IJ)//(BC)

II - PROPRIETE RECIPROQUE

1. Enoncé

Dans un triangle, la droite passant par le milieu d'un côté et parallèle à un second côté, coupe le troisième côté en son milieu.

Exemple :



Hypothèses : DEF est un triangle
M est le milieu de [DE]
(MN)//(EF)

Conclusion :
N est le milieu de [DF]

Dans le triangle DEF, la droite (MN) qui passe par le point M milieu du côté [DE] et qui est parallèle au côté [EF] coupe le troisième côté en son milieu, donc N est le milieu de [DF]